

## Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

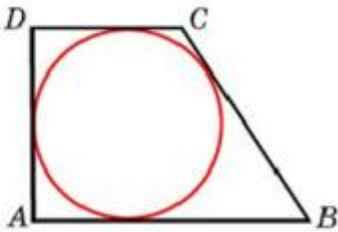
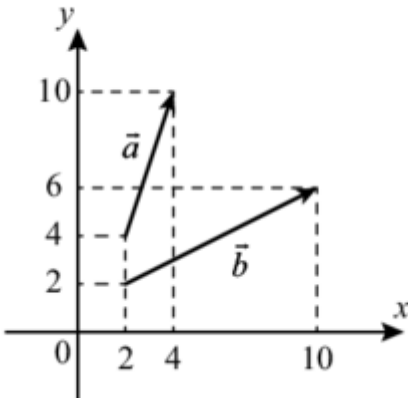
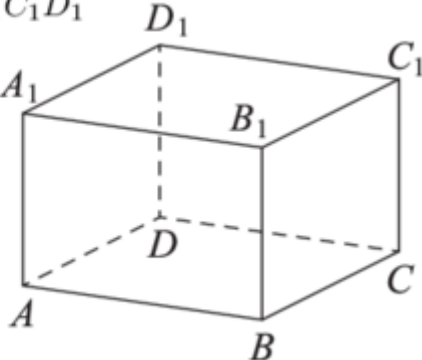
При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

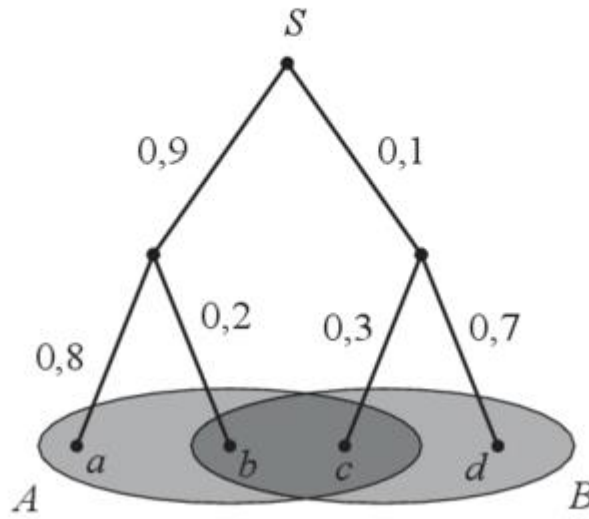
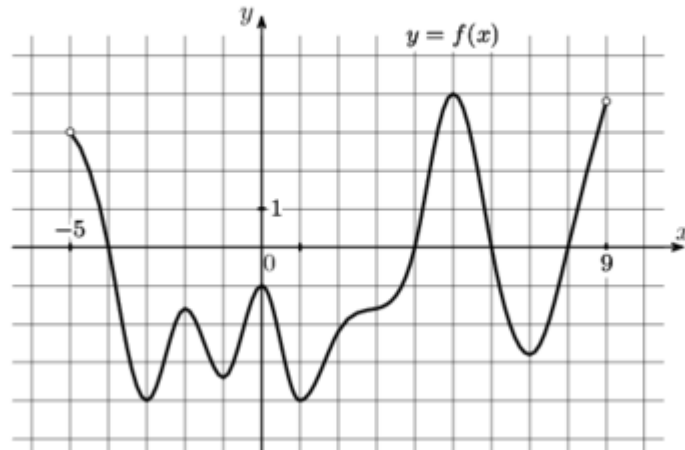
При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

1	Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 100, её большая боковая сторона равна 41. Найдите радиус окружности.	
2	Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ .	
3	В прямоугольном параллелепипеде $ABCA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 8$ , $AD = 15$ , $AA_1 = 17$ . Найдите угол $DBD_1$ . Ответ дайте в градусах.	

4	<p>При производстве в среднем на каждые 1782 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.</p>
5	<p>На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию <math>A</math> благоприятствуют элементарные события <math>a, b</math> и <math>c</math>, а событию <math>B</math> благоприятствуют элементарные события <math>b, c</math> и <math>d</math>. Найдите <math>P(A   B)</math> — условную вероятность события <math>A</math> при условии <math>B</math>.</p> 
6	<p>Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.</p> $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 5) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3)$
7	<p>Найдите значение выражения <math>\frac{13\sqrt[6]{14\sqrt{a}} - 9\sqrt[7]{12\sqrt{a}}}{8\sqrt[4]{2\sqrt{a}}}</math> при <math>a &gt; 0</math>.</p>
8	<p>На рисунке изображён график функции <math>y = f(x)</math>, определённой на интервале <math>(-5; 9)</math>. Найдите сумму точек экстремума функции <math>f(x)</math>.</p> 
9	<p>Небольшой мячик бросают под острым углом <math>\alpha</math> к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой <math>H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)</math>, где <math>v_0 = 26</math> м/с — начальная скорость мячика, а <math>g</math> — ускорение свободного падения (считайте <math>g = 10</math> м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла <math>\alpha</math> (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 7,45 м на расстоянии 1 м?</p>

10	<p>Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 72% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 78% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?</p>
11	<p>На рисунке изображены графики функций <math>f(x) = -4x + 9</math> и <math>g(x) = ax^2 + bx + c</math>, которые пересекаются в точках <math>A</math> и <math>B</math>. Найдите ординату точки <math>B</math>.</p>
12	<p>Решите уравнение <math>\cos \frac{\pi(2x-1)}{3} = \frac{1}{2}</math>. В ответе запишите наименьший положительный корень.</p>

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13	<p>а) Решите уравнение <math>\sin x (2\sin x - 1) + \sqrt{3}\sin x + \sin \frac{4\pi}{3} = 0</math>.</p> <p>б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку <math>[-\frac{\pi}{2}; \pi]</math>.</p>
14	<p>Через середину ребра <math>AB</math> куба <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> проведена плоскость, параллельная прямым <math>BD_1</math> и <math>A_1 C_1</math>.</p> <p>а) Докажите, что эта плоскость делит диагональ <math>DB_1</math> в отношении 3:5, считая от от вершины <math>D</math>.</p> <p>б) Найдите площадь полученного сечения, если ребро куба равно 4.</p>
15	<p>Решите неравенство</p> $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - x - 6} \cdot \left( \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - x} \right)^{-1} \geq \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} - 2,5.$

**16**

В начале года Пётр взял в банке кредит 3,6 млн рублей с процентной ставкой 10% годовых на 3 года с погашением кредита по следующей схеме:

- в начале года банк увеличивает долг на 10%;
- выплаты производятся в конце каждого года;
- каждая следующая выплата на 10% больше предыдущей.

Сколько рублей переплатил Пётр банку, погасив свой кредит по указанной схеме за три года?

**17**

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точки  $P$  и  $K$  — середины катета  $BC$  и гипотенузы  $AB$  соответственно. Биссектриса угла  $BAC$  пересекает прямую  $KP$  в точке  $R$ .

а) Докажите, что точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $R$  лежат на одной окружности.

б) Найдите отношение площадей треугольников  $AKR$  и  $BCR$ , если  $\sin \angle BAC = \frac{15}{17}$ .

**18**

Найдите все значения  $a > 0$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x - 4)^2 + (|y| - 4)^2 = 9 \\ x^2 + (y - 4)^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

**19**

На доске было написано 30 натуральных чисел (не обязательно различных), каждое из которых больше 10, но не превосходит 50. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 21. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 6, с доски стёрли.

- а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 16,5?
- б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 18, но меньше 19?
- в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.