

**«Рассмотрено»**  
Руководитель МО  
\_\_\_\_\_/Манина С.В./  
Протокол № 1  
от «28» августа 2020 г.

**«Согласовано»**  
Зам. директора по УР  
\_\_\_\_\_/Мигачева Т.В./  
«28» августа 2020 г.

**«Утверждаю»**  
Директор МАОУ «Гимназия №87»  
приказ № 158 от 31.08.2020 г.  
\_\_\_\_\_/Кошеварова Э.А./

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ**

(10-11 класс)

Рассмотрено на заседании педагогического  
совета муниципального  
общеобразовательного учреждения  
«Гимназия №87»  
Протокол № 1 от «31» августа 2020 года

**2020-2023 учебный год**

**Программа по алгебре  
и началам математического анализа  
для 10–11 классов  
(профильный уровень)**

**Пояснительная записка**

**Структура программы**

Программа включает три раздела:

1. **Пояснительная записка**, в которой конкретизируются общие цели среднего (полного) общего образования по алгебре и началам анализа, даётся характеристика учебного курса, его место в учебном плане, приводятся личностные, метапредметные и предметные результаты освоения учебного курса, планируемые результаты изучения учебного курса.
2. **Содержание курса алгебры и начал математического анализа 10–11 классов** (профильный уровень).
3. **Примерное тематическое планирование** с определением основных видов учебной деятельности обучающихся.

**Общая характеристика программы**

Учебный курс построен на основе Федерального государственного образовательного стандарта с учетом Концепции математического образования и ориентирован на требования к результатам образования, содержащимся в Примерной основной образовательной программе среднего (полного) общего образования в соответствии с особенностями углубленного уровня изучения математики. В программе также учитываются доминирующие идеи и положения Программы развития и формирования универсальных учебных действий для основного общего образования, которые обеспечивают формирование российской гражданской идентичности, коммуникативных качеств личности, и способствуют формированию ключевой компетенции — умения учиться.

Программа по алгебре и началам математического анализа направлена на реализацию системно-деятельностного подхода к процессу обучения, который обеспечивает:

- построение образовательного процесса с учётом индивидуальных, возрастных, психологических, физиологических особенностей и здоровья обучающихся;
- формирование готовности обучающихся к саморазвитию и непрерывному образованию;

- формирование активной учебно-познавательной деятельности обучающихся;
- формирование позитивного отношения к познанию научной картины мира;
- осознанную организацию обучающихся своей деятельности, а также адекватное её оценивание;
- построение развивающей образовательной среды обучения.

Изучение алгебры и начал математического анализа направлено на достижение следующих целей:

- системное и осознанное усвоение курса алгебры и начал математического анализа;
- формирование математического стиля мышления, включающего в себя индукцию и дедукцию, обобщение и конкретизацию, анализ и синтез, классификацию и систематизацию, абстрагирование и аналогию;
- развитие интереса обучающихся к изучению алгебры и начал математического анализа;
- использование математических моделей для решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин;
- приобретение опыта осуществления учебно-исследовательской, проектной и информационно-познавательной деятельности;
- развитие индивидуальности и творческих способностей, направленное на подготовку выпускников к осознанному выбору профессии.

Учебный предмет «Алгебра и начала математического анализа» входит в перечень учебных предметов, обязательных для изучения в средней (полной) общеобразовательной школе. Данная программа предусматривает изучение предмета на углублённом уровне. Программа реализует авторские идеи развивающего обучения алгебре и началам математического анализа, которое достигается особенностями изложения теоретического материала и системой упражнений на сравнение, анализ, выделение главного, установление связей, классификацию, обобщение и систематизацию.

### **Общая характеристика курса алгебры и начал математического анализа в 10-11 классах**

Содержание курса алгебры и начал математического анализа в 10-11 классах представлено в виде следующих содержательных разделов: «Числа и величины», «Выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Элементы математического анализа», «Элементы комбинаторики, вероятности и статистики», «Алгебра и начала математического анализа в историческом развитии».

В разделе «Числа и величины» расширяется понятие числа, которое служит фундаментом гибкого и мощного аппарата, используемого в решении математических задач и в решении задач смежных дисциплин. Материал данного раздела завершает содержательную линию школьного курса математики «Числа и величины».

Особенностью раздела «Выражения» является то, что материал изучается в разных темах курса: «Показательная и логарифмическая функции», «Тригонометрические функции», «Степенная функция». При изучении этого раздела формируется представление о прикладном значении математики, о первоначальных принципах вычислительной математики. В задачи изучения раздела входит развитие умения решать задачи рациональными методами, вносить необходимые коррективы в ходе решения задачи.

Особенностью раздела «Уравнения и неравенства» является то, что материал изучается в разных темах курса: «Показательная и логарифмическая функции», «Тригонометрические функции», «Степенная функция». Материал данного раздела носит прикладной характер и учитывает взаимосвязь системы научных знаний и метода познания — математического моделирования, обладает широкими возможностями для развития алгоритмического мышления, обеспечивает опыт продуктивной деятельности, обеспечивающий развитие мотивации обучения и интеллекта.

Раздел «Функции» расширяет круг элементарных функций, изученных в курсе алгебры 7-9 классов, а также методов их исследования. Целью изучения данного раздела является формирование умения соотносить реальные зависимости из окружающей жизни и из смежных дисциплин с элементарными функциями, использовать функциональные представления для решения задач. Соответствующий материал способствует развитию самостоятельности в организации и проведении исследований, воображения и творческих способностей учащихся.

Материал раздела «Элементы математического анализа», включающий в себя темы «Производная и её применение» и «Интеграл и его применение», формирует представления об общих идеях и методах математического анализа. Цель изучения раздела — применение аппарата математического анализа для решения математических и практических задач, а также для доказательства ряда теорем математического анализа и геометрии.

Содержание раздела «Элементы комбинаторики, вероятности и статистики» раскрывает прикладное и практическое значение математики в современном мире. Материал данного раздела способствует формированию умения воспринимать, представлять и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, пониманию вероятностного характера реальных зависимостей.

Раздел «Алгебра и начала математического анализа в историческом развитии» позволяет сформировать представление о культурных и исторических факторах становления математики как науки, о ценности математических знаний и их применений в современном мире, о связи научного знания и ценностных установок.

## **Личностные, метапредметные и предметные результаты освоения содержания курса алгебры и начал математического анализа**

Изучение алгебры и начал математического анализа по данной программе способствует формированию у учащихся личностных, метапредметных, предметных результатов обучения, соответствующих требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

### ***Личностные результаты:***

- воспитание российской гражданской идентичности: патриотизма, уважения к Отечеству, осознания вклада отечественных учёных в развитие мировой науки;
- формирование мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики;
- ответственное отношение к обучению, готовность и способность к саморазвитию и самообразованию на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- осознанный выбор будущей профессиональной деятельности на базе ориентирования в мире профессий и профессиональных предпочтений; отношение к профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных и общенациональных проблем; формирование уважительного отношения к труду, развитие опыта участия в социально значимом труде;
- умение контролировать, оценивать и анализировать процесс и результат учебной и математической деятельности;
- умение управлять своей познавательной деятельностью;
- умение взаимодействовать с одноклассниками, детьми младшего возраста и взрослыми в образовательной, общественно-полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- критичность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач.

### ***Метапредметные результаты:***

- 1) умение самостоятельно определять цели своей деятельности, ставить и формулировать для себя новые задачи в учёбе;

- 2) умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией;
- 3) умение самостоятельно принимать решения, проводить анализ своей деятельности, применять различные методы познания;
- 4) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности;
- 5) формирование понятийного аппарата, умения создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации;
- 6) умение устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;
- 7) формирование компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий;
- 8) умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- 9) умение самостоятельно осуществлять поиск в различных источниках, отбор, анализ, систематизацию и классификацию информации, необходимой для решения математических проблем, представлять её в понятной форме; принимать решение в условиях неполной или избыточной, точной или вероятностной информации; критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
  - умение использовать математические средства наглядности (графики, таблицы, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
  - умение выдвигать гипотезы при решении задачи, понимать необходимость их проверки;
  - понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом.

Предметные результаты:

- 10) осознание значения математики для повседневной жизни человека;
- 11) представление о математической науке как сфере математической деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;

- 12) умение описывать явления реального мира на математическом языке; представление о математических понятиях и математических моделях как о важнейшем инструментарии, позволяющем описывать и изучать разные процессы и явления;
- 13) представление об основных понятиях, идеях и методах алгебры и математического анализа;
- 14) представление о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умение находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- 15) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- 16) практически значимые математические умения и навыки, способность их применения к решению математических и нематематических задач, предполагающие умение:
- выполнять вычисления с действительными и комплексными числами;  
решать рациональные, иррациональные, показательные, степенные и тригонометрические уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств;
  - решать текстовые задачи арифметическим способом, с помощью составления и решения уравнений, систем уравнений и неравенств;
  - использовать алгебраический «язык» для описания предметов окружающего мира и создания соответствующих математических моделей;
  - выполнять тождественные преобразования рациональных, иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических выражений;
  - выполнять операции над множествами;
  - исследовать функции с помощью производной и строить их графики;
  - вычислять площади фигур и объёмы тел с помощью определённого интеграла;
  - проводить вычисление статистических характеристик, выполнять приближённые вычисления;
  - решать комбинаторные задачи.
- 17) владение навыками использования компьютерных программ при решении математических задач.

## Место курса алгебры и начал математического анализа в базисном учебном плане

Базисный учебный (образовательный) план на изучение алгебры и начал математического анализа в 10-11 классах средней школы отводит 4 учебных часа в неделю в течение каждого года обучения, всего 280 часов. Учебное время может быть увеличено до 5 часов в неделю за счёт вариативной части Базисного учебного плана.

### Планируемые результаты обучения алгебре и началам математического анализа в 10-11 классах

#### Числа и величины

##### *Выпускник научится:*

- оперировать понятием радианная мера угла, выполнять преобразования радианной меры в градусную и градусной меры в радианную;
- оперировать понятием комплексного числа, выполнять арифметические операции с комплексными числами;
- изображать комплексные числа на комплексной плоскости, находить комплексную координату числа.

Выпускник получит возможность:

- использовать различные меры измерения углов при решении геометрических задач, а также задач из смежных дисциплин;
- применять комплексные числа для решения алгебраических уравнений.

#### Выражения

##### *Выпускник научится:*

- оперировать понятиями корня  $n$ -й степени, степени с рациональным показателем, степени с действительным показателем, логарифма;
- применять понятия корня  $n$ -й степени, степени с рациональным показателем, степени с действительным показателем, логарифма и их свойства в вычислениях и при решении задач;
- выполнять тождественные преобразования выражений, содержащих корень  $n$ -й степени, степени с рациональным показателем, степень с действительным показателем, логарифм;
- оперировать понятиями косинус, синус, тангенс, котангенс угла поворота, арккосинус, арксинус, арктангенс и арккотангенс;
- выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений.

Выпускник получит возможность:

- выполнять многошаговые преобразования выражений, применяя широкий набор способов и приёмов;



- применять тождественные преобразования выражений для решения задач из различных разделов курса.

### **Уравнения и неравенства**

#### ***Выпускник научится:***

- решать иррациональные, тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения, неравенства и их системы;
- решать алгебраические уравнения на множестве комплексных чисел;
- понимать уравнение как важнейшую математическую модель для описания и изучения разнообразных реальных ситуаций, решать текстовые задачи алгебраическим методом;
- применять графические представления для исследования уравнений.

Выпускник получит возможность:

- овладеть приёмами решения уравнений, неравенств и систем уравнений; применять аппарат уравнений для решения разнообразных задач из математики, смежных предметов, практики;
- применять графические представления для исследования уравнений, неравенств, систем уравнений, содержащих параметры.

### **Функции**

#### ***Выпускник научится:***

- понимать и использовать функциональные понятия, язык (термины, символические обозначения);
- выполнять построение графиков функций с помощью геометрических преобразований;
- выполнять построение графиков вида  $y = f(x)$ , степенных, тригонометрических, обратных тригонометрических, показательных и логарифмических функций;
- исследовать свойства функций;
- понимать функцию как важнейшую математическую модель для описания процессов и явлений окружающего мира, применять функциональный язык для описания и исследования зависимостей между физическими величинами.

Выпускник получит возможность:

- проводить исследования, связанные с изучением свойств функций, в том числе с использованием компьютера;
- использовать функциональные представления и свойства функций для решения задач из различных разделов курса математики.

## Элементы математического анализа

### ***Выпускник научится:***

- применять терминологию и символику, связанную с понятиями предел, производная, первообразная и интеграл;
- находить предел функции;
- решать неравенства методом интервалов;
- вычислять производную и первообразную функции;
- использовать производную для исследования и построения графиков функций;
- понимать геометрический смысл производной и определённого интеграла;
- находить вторую производную, понимать её геометрический и физический смысл;
- вычислять определённый интеграл;
- вычислять неопределённый интеграл.

### ***Выпускник получит возможность:***

- сформировать представление о применении геометрического смысла производной и интеграла в курсе математики, в смежных дисциплинах;
- сформировать и углубить знания об интеграле.

## Элементы комбинаторики, вероятности и статистики

### ***Выпускник научится:***

- решать комбинаторные задачи на нахождение количества объектов или комбинаций;
- применять форму бинома Ньютона для преобразования выражений;
- использовать метод математической индукции для доказательства теорем и решения задач;
- использовать способы представления и анализа статистических данных;
- выполнять операции над событиями и вероятностями.

### ***Выпускник получит возможность:***

- научиться специальным приёмам решения комбинаторных задач;

- характеризовать процессы и явления, имеющие вероятностный характер.

## Содержание курса алгебры и начал математического анализа 10 - 11 классов

### Повторение

Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.

Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем.

Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций,

обратной пропорциональности и функции  $y = \sqrt{x}$ . Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями.

Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. Алгебра высказываний. Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.

Законы логики. Основные логические правила. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, основных логических правил.

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждение, обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.  $q$ -ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.

Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций и наоборот.

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Чётные и нечётные функции. Тригонометрические функции числового аргумента. Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график. Число  $e$  и функция.

Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

Первичные представления о множестве комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.

Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических и иррациональных неравенств.

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.

Уравнения, системы уравнений с параметром.

Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.

Функции «дробная часть числа» и «целая часть числа».

Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.

Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.

Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.

Множества на координатной плоскости.

Понятие предела функции в точке. Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Непрерывность функции.

Свойства непрерывных функций.

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Применение производной в физике. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.

Первообразная. Неопределённый интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Определённый интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел вращения с помощью интеграла.

### **Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика**

#### **Повторение**

Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей

событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновозможными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей. Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин. Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.

## Программа по геометрии для 10-11 классов (профильный уровень)

### ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

На основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, Концепции развития математического образования в Российской Федерации<sup>1</sup>, Примерной основной образовательной программы среднего общего образования<sup>2</sup>, Письма Минобрнауки «О рабочих программах учебных предметов»<sup>3</sup> и др. и в соответствии с содержанием выше упомянутого УМК разработана настоящая «РАБОЧАЯ ПРОГРАММА» по геометрии для 10—11 классов с профильным уровнем изучения. Изучение курса математики 10—11 классов в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования должно обеспечить прочное и сознательное овладение учащимися системой математических знаний и умений, необходимых как в повседневной жизни, так и в дальнейшей профессиональной деятельности, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения специального (не обязательно математического) образования; развивать у учащихся познавательную активность и любознательность, логическое мышление и пространственное воображение. Великий итальянский ученый — физик, астроном и механик Галилео Галилей (1564—1642) говорил: «Геометрия является самым могущественным средством для изощрения наших умственных способностей и дает нам возможность правильно мыслить и рассуждать». Геометрия как учебный предмет играет огромную роль в развитии познавательной активности и любознательности, логического мышления и пространственного воображения учащегося. Изучение геометрии формирует не только специальные геометрические знания учащегося, но и играет огромную роль в общем развитии личности, а также умения логически мыслить и доказательно обосновывать истинность утверждений в любой сфере деятельности.

---

<sup>1</sup> Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Распоряжение Правительства России от 24 декабря 2013 г. № 2506-Р.

<sup>2</sup> Примерная основная образовательная программа среднего общего образования. Одобрено Федеральным учебно-методическим объединением по общему образованию. Протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з.

<sup>3</sup> О рабочих программах учебных предметов. Письмо Минобрнауки РФ от 28 октября 2015 г. № 08-1786.

Соприкосновение с геометрией, ее изучение носит познавательный, воспитательный, развивающий и вдохновляющий характер. При изучении геометрии происходит духовное развитие личности. Уместно вспомнить слова А. С. Пушкина: «Вдохновение нужно в поэзии, как в геометрии».

Обоснования геометрических комбинаций, которыми учащийся оперирует при доказательстве теорем и решении задач, естественным образом способствуют развитию и повышению культуры его речи в силу такого объективного фактора, как требование корректно обосновывать любое геометрическое утверждение. Поэтому обучение языку геометрии является одной из важнейших целей математического образования, интеллектуального развития творческой личности. При этом следует заметить, что хорошее геометрическое образование, пространственное воображение и логическое мышление — это необходимые атрибуты профессиональной компетентности не только математика, но и инженера, экономиста, дизайнера, юриста, программиста, а также специалистов многих других областей.

Так, в основе геометрического образования лежит принцип доказательности. Но именно принцип доказательности должен являться составной частью юриспруденции. А разве не аксиоматический метод — метод постулатов, называемых «законами», положен в основу законотворческой деятельности? Дедуктивный метод изложения геометрии (в сочетании с наглядностью), логическая последовательность геометрических теорем, логика теоретических обоснований, методы и факты геометрических исследований и открытий — все это создает удивительно цельный и гармоничный мир геометрии, способствует эстетическому воспитанию человека.

При изучении геометрии происходит культурное развитие личности, так как геометрия, будучи частью математики, является феноменом мировой, общечеловеческой культуры. С давних времен принято, что человек, не получивший достаточного математического и, в частности, геометрического образования, не может считаться культурным.

Геометрическое образование благотворно влияет на интеллектуальное развитие личности. При этом успешно решаются такие проблемы совершенствования мыслительной деятельности учащегося, как формирование и развитие: а) ее метрического компонента (умения определять, измерять и вычислять длины, площади и объемы геометрических фигур); б) символического компонента (понимания геометрических символов и умения оперировать ими); в) интуитивного компонента (воображения — конструирования, моделирования, индуктивного и дедуктивного мышления); г) логического компонента (знакомство с геометрическими понятиями — определениями, аксиомами, правилами логического вывода, теоремами и их доказательствами); д) конструктивного компонента (умения осуществлять построения изображений плоских и пространственных геометрических фигур).



Курс геометрии (стереометрии) 10—11 классов углубленного уровня базируется на учебно-методическом комплексе, состоящем из учебников в печатной и электронной формах, задачник и методических пособий и содержащем кроме программного теоретического материала дополнительный материал и задачи к нему. Курс обеспечивает принцип преемственности: изложение материала согласуется с изложением материала в имеющихся учебниках геометрии для 7—9 классов. «Вхождение» в курс стереометрии начинается со знакомства с различными многогранниками на интуитивном (наглядном) уровне и с обучения изображать их. Авторы придерживаются концепции изучать начальные и основополагающие темы стереометрии в задачах, используя при этом модели и изображения, что приводит к сознательному и эффективному формированию у ученика конструктивных пространственных представлений.

Большое внимание в курсе уделено вопросам построения сечений многогранников. О построениях более сложных сечений многогранников речь идет в дополнительной теме «Методы построения сечений многогранников».

В курсе нет строгого аксиоматического построения стереометрии. На основании нескольких аксиом последовательно доказываются теоремы стереометрии. Изучение стереометрии достаточно насыщено. По мнению авторов, главным отличием изучения геометрии на углубленном уровне является не только углубление и расширение теоретического материала, но и методически верная подборка решаемых задач, как в количественном, так и в качественном отношении.

Прежде всего, необходимо решить все простейшие опорные задачи задачника. Этими задачами ни в коем случае не следует пренебрегать, какими бы простыми они ни казались. Только после решения всех опорных задач следует переходить к решению более сложных задач. В разделе «Дополнения» содержатся также «Материалы для повторения и углубления планиметрии». В них собран обширный теоретический и задачный материал по планиметрии.

В процессе изучения концептуально каждое преобразование пространства (кроме преобразования подобия) задается «конструктивно-алгоритмически»: сначала «конструктивно строится» отображение пространства на себя, затем доказывается, что построенное отображение является преобразованием пространства, после чего вводится соответствующее название и определение, символическое обозначение этого преобразования и изучаются его свойства.

Корректное и последовательное изучение свойств многогранников осуществляется в 11 классе. Строгое обоснование вывода формул для вычисления объемов тел в стереометрии весьма сложно. В данном курсе этот вопрос предлагается решать, основываясь на более сильном (и интуитивно понятном) утверждении, чем принцип Кавальери, а именно: «Если при пересечении двух тел плоскостями,

параллельными одной и той же плоскости, в сечениях этих тел любой из плоскостей получаются фигуры, площади которых относятся как  $m : n$ , то объемы данных тел относятся как  $m : n$ ». Используя этот принцип, в учебнике выводятся формулы для вычисления объемов призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара и его частей.

В дополнительных темах курса предложены материалы «О применении определенного интеграла для нахождения объемов тел вращения», «О симметриях правильных многогранников», «О поверхностях второго порядка», «О векторном произведении векторов». А в очерках «Об элементарной геометрии», «Об аналитической геометрии», «О дифференциальной геометрии», «О проективной геометрии», «О неевклидовой геометрии Лобачевского», «О сферической геометрии», «О топологии» с историко-биографическими справками о жизни основоположников, творцов, создателей отдельных ветвей геометрии и где рассказывается о путях становления этих ветвей геометрии как науки. В очерке «Об аксиоматическом построении геометрии» речь идет о построении трехмерной евклидовой геометрии по Гильберту и по Вейлю.

Изложение материала обеспечивает изучение тем на различных уровнях сложности. Каждый учитель сам выберет подходящий его классу уровень изучения. Для оценки результатов освоения знаний предусмотрено проведение контрольных работ, тестов и зачетов по темам курса. Помогают этому всему имеющиеся в «Приложениях» списки основных теорем стереометрии и таблиц с формулами планиметрии и стереометрии.

Задачи курса структурированы по уровню сложности. Ко всем задачам либо даны ответы, либо указания к их решению, в ряде случаев приводятся подробные решения задач. В помощь учителю в методических пособиях представлены решения сложных и интересных задач по темам курса.

## **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

Изучение курса предполагает достижение выпускниками старшей школы следующих личностных, метапредметных и предметных результатов.

### **Личностные результаты освоения учебного предмета**

— Ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;

— готовность и способность обучающихся к отстаиванию личного достоинства, собственного мнения, готовность и способность вырабатывать собственную позицию по отношению к общественно-политическим событиям прошлого и настоящего на основе осознания и осмысления истории, духовных ценностей и достижений нашей страны;

— готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества, потребность в физическом самосовершенствовании;

— мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;

— принятие ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;

— готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;

— приверженность идеям интернационализма, дружбы, равенства; воспитание уважительного отношения к национальному достоинству людей и их чувствам;

— принятие общечеловеческих ценностей, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;

— принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;

— формирование нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору поведения, основанного на чести, долге, справедливости, милосердии и дружелюбии;

— готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных проблем;

— физическое, эмоционально-психологическое, социальное благополучие обучающихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми физической, психологической и информационной безопасности и психологического комфорта;

- сформированность целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки математики и общественной практики ее применения;
- основы саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности с применением методов математики;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности на основе развитой мотивации учебной деятельности и личностного смысла изучения математики, заинтересованности в приобретении и расширении математических знаний и способов действий, осознанности в построении индивидуальной образовательной траектории;
- осознанный выбор будущей профессии, ориентированной на применение математических методов и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
- ответственное отношение к учению, способность и готовность обучающихся к самообразованию, саморазвитию и самореализации на основе осознанной мотивации учебной деятельности, личностной направленности на изучение и познание геометрии, построение индивидуальной образовательной траектории повышения геометрической культуры;
- сформированность представлений о геометрии как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;
- сформированность у обучающихся познавательной активности и любознательности, основ логического, алгоритмического, вычислительного мышления и пространственного воображения;
- сформированность прочного и сознательного овладения учащимися системой геометрических знаний и умений;
- сформированность умений применять полученные знания при решении задач различного уровня сложности;
- сформированность умений аргументированно обосновывать утверждения логического, конструктивного и вычислительного характера.

## Метапредметные результаты освоения учебного предмета

Метапредметные результаты представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

### 1. Регулятивные универсальные учебные действия

**Выпускник научится:**

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

### 2. Познавательные универсальные учебные действия

**Выпускник научится:**

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;

— выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;

— выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;

— менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

### **3. Коммуникативные универсальные учебные действия**

#### **Выпускник научится:**

— осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;

— при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т. д.);

— координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;

— развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;

— распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений;

— самостоятельно ставить цели учебной, исследовательской и проектной деятельности, планировать, осуществлять, контролировать и оценивать учебные действия в соответствии с поставленной задачей и условиями ее выполнения;

— самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

— находить необходимую информацию, критически оценивать и интерпретировать информацию в различных источниках (в справочниках, литературе, Интернете), представлять информацию в различной форме (словесной, табличной, графической, символической), обрабатывать, хранить и передавать информацию в соответствии с познавательными или коммуникативными задачами;

- осуществлять познавательную, учебно-исследовательскую и проектную деятельность, разрешать проблемы; осуществлять самостоятельный поиск методов решения практических задач, применять различные методы познания;
- продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владеть языковыми средствами — ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения;
- самостоятельно ставить цели учебной, познавательной, исследовательской деятельности; осознанно находить альтернативные и наиболее эффективные способы их достижения;
- распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры;
- применять изученные свойства геометрических фигур и формул для решения геометрических задач с практическим содержанием;
- создавать проблемные геометрические ситуации и гипотетически выдвигать пути их разрешения с привлечением алгебры и математического анализа, компьютерных технологий;
- применять индуктивные и дедуктивные методы рассуждений при доказательстве теорем и решении задач;
- представлять информацию в словесной, графической, табличной, символической форме;
- воспринимать геометрические понятия как важнейшие математические модели реальных предметов, позволяющие описывать и изучать разные процессы и явления реального мира; понимать возможности аксиоматического построения курса геометрии.

### **Предметные результаты освоения учебного предмета**

Выпускник в 10—11 классах научится на профильном уровне (для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики)

#### **Элементы теории множеств и математической логики**

- Свободно оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.

### **В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

— проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов.

### **Геометрия**

— Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;

— самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;

— исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;

— решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;

— уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;

— владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;

— иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;

— уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;

— иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;

— применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;

— уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;

— уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;

— владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;

— владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;



— владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;  
— владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;

— владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;  
— владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;  
— владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;  
— иметь представление правильных многогранниках;  
— владеть понятием площадь поверхности многогранника и уметь применять его при решении задач;  
— владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;  
— владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;  
— иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;  
— владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;  
— иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;

— иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;  
— уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;  
— иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

### **В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

— составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

### **Векторы и координаты в пространстве**

— Владеть понятиями векторы и их координаты;  
— уметь выполнять операции над векторами;

- использовать скалярное произведение векторов при решении задач;
- применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;
- применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач.

### **История математики**

- Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;
- понимать роль математики в развитии России. Иметь представление об историческом пути развития геометрии как науки, огромной роли отечественных математиков в этом развитии.

### **Методы математики**

- Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;
- пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов.

***Выпускник 10—11 классов получит возможность научиться на профильном уровне (для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук)***

### **Геометрия**

- Иметь представление об аксиоматическом методе;
- уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;
- владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;
- иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;
- иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;

- применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;
- владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;
- применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;
- иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;
- применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;
- иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о площади ортогональной проекции;
- иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;
- иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;
- уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;
- уметь применять формулы объемов при решении задач.

### **Векторы и координаты в пространстве**

- Владеть понятиями векторы и их координаты;
- уметь выполнять операции над векторами;
- использовать скалярное произведение векторов при решении задач;
- применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;
- применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач;
- находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;
- задавать прямую в пространстве;
- находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;
- находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат.

## **Методы математики**

- Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;
- пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов;
- строить изображения геометрических фигур при изучении теоретического материала, при решении задач на доказательство, построение и вычисление, распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры;
- применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).

## **СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

### **Введение в стереометрию**

Предмет стереометрии. Пространственные фигуры: куб, параллелепипед, призма, пирамида, сфера и шар. Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии. Следствия из аксиом. Теоремы о плоскости, проходящей через прямую и не лежащую на ней точку; через две пересекающиеся прямые; через две параллельные прямые. Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей. Техника выполнения простейших стереометрических чертежей.

### **Прямые в пространстве**

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрещивающихся прямых. Свойства параллельных прямых в пространстве. Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых пересекает плоскость. Теорема о транзитивности параллельности прямых в пространстве.

Направление в пространстве. Теорема о равенстве двух углов с сонаправленными сторонами. Определение угла между скрещивающимися прямыми.

### **Прямая и плоскость в пространстве**

Параллельность прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых. Теорема о плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой прямой.

Определение прямой, перпендикулярной плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных. Теоремы о трех перпендикулярах (прямая и обратная). Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости. Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости. Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью и методах его нахождения. Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства.

### **Плоскости в пространстве**

Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Определение параллельных плоскостей. Признаки параллельности двух плоскостей. Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью. Теорема о прямой, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей.

Теорема о плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости. Единственность такой плоскости. Теорема о транзитивности параллельности плоскостей в пространстве. Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух параллельных плоскостей.

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о линейном угле двугранного угла. Угол между двумя плоскостями. Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями. Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей и лежащей в одной из них. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и имеющей со второй плоскостью общую точку. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.

### **Расстояния в пространстве**

Расстояние между двумя точками. Расстояние между точкой и фигурой. Расстояние между точкой и прямой. Теорема Менелая для тетраэдра. Расстояние между точкой и плоскостью. Расстояние между точкой и сферой. Приемы нахождения расстояний от точки до фигуры в пространстве. Решение задач на построение перпендикуляров, проведенных из вершин изображенного правильного тетраэдра (куба) к его ребрам, граням, плоским сечениям; вычисление длин этих перпендикуляров.

Расстояние между двумя фигурами. Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между прямой и плоскостью. Расстояние между двумя плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Приемы нахождения расстояний между фигурами в пространстве. Решение задач на нахождение расстояний между скрещивающимися прямыми, содержащими ребра правильного тетраэдра, диагонали куба.

Геометрические места точек пространства, связанные с расстояниями. Повторение теории в задачах на нахождение расстояний от данной точки: а) до вершин и сторон данного многоугольника (треугольника), плоскость которого не содержит данную точку; б) до граней данного двугранного угла; в) до ребер и граней данного куба (правильного тетраэдра); г) до построенного сечения данного многогранника.

### **Векторный метод в пространстве**

Вектор в пространстве. Единичный и нулевой вектор. Противоположные векторы. Единственность отложения от данной точки вектора, равного данному вектору. Коллинеарность двух векторов и ее геометрический смысл. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на скаляр) и их свойства. Компланарность трех векторов. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, компланарным с данным вектором. Три некопланарных вектора. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Векторный базис в пространстве. Разложение вектора и его координаты в данном векторном базисе. Условие коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов в пространстве. Угол между двумя векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формулы, связанные со скалярным произведением векторов. Условие ортогональности двух векторов. Векторное доказательство признака перпендикулярности прямой и плоскости, теорем о трех перпендикулярах.

### **Координатный метод в пространстве**

Ортонормированный базис в пространстве. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Координаты вектора, действия над векторами в координатах. Условие коллинеарности двух векторов в координатах. Скалярное произведение векторов в координатах. Условие перпендикулярности двух векторов в координатах. Проекция вектора на ось в координатах. Декартовы

прямоугольные координаты точки. Формулы нахождения: расстояния между двумя точками в координатах; координат точки, делящей отрезок в данном отношении, середины отрезка. Уравнения и неравенства, задающие множества точек в пространстве. Уравнение сферы и неравенство шара. Общее уравнение плоскости в декартовых прямоугольных координатах. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Частные случаи общего уравнения плоскости и их графическая иллюстрация. Уравнение плоскости в отрезках. Формула расстояния от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями в координатах. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в координатах.

Уравнения прямой по точке и направляющему вектору; канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой по двум ее точкам. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Угол между двумя прямыми в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в координатах. Угол между прямой и плоскостью в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

### **Многогранники**

Внутренние и граничные точки, внутренность и граница геометрической фигуры. Выпуклая, связная, ограниченная геометрическая фигура. Пространственная область. Геометрическое тело, его внутренность и поверхность. Многогранник и его элементы: вершины, ребра, грани, плоские углы при вершине, двугранные углы при ребрах. Эйлерова характеристика многогранника. Теорема Декарта—Эйлера для выпуклого многогранника. Понятие о развертке многогранника. Свойства выпуклых многогранников.

О понятии объема тела. Свойства объемов тел. Равновеликие и равноставленные тела. Объем прямоугольного параллелепипеда. Определение призмы и ее элементов. Количество вершин, ребер, граней, диагоналей у  $n$ -угольной призмы. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Призматическая поверхность. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхности призмы; формулы вычисления их площадей. Формулы вычисления объемов прямой и наклонной призм.

Определение параллелепипеда. Наклонный, прямой, прямоугольный параллелепипед. Куб. Свойства диагоналей параллелепипеда. Свойство прямоугольного параллелепипеда. Объем параллелепипеда. Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, ребра, плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла.

Многогранные углы при вершинах многогранников. Трехгранный угол. Теорема о плоских углах трехгранного угла (неравенство трехгранного угла). Теорема о сумме плоских углов выпуклого многогранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трехгранного угла.

Определение пирамиды и ее элементов. Количество вершин, ребер и граней у  $n$ -угольной пирамиды. Некоторые частные виды пирамид: пирамида, все боковые ребра которой равны между собой (все боковые ребра пирамиды образуют равные углы с плоскостью ее основания); пирамида, все двугранные углы которой при ребрах основания равны между собой; пирамида, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости ее основания; пирамида, две соседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, две несоседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, боковое ребро которой образует равные углы с ребрами основания, выходящими из одной вершины. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды.

Правильная пирамида и ее свойства. Апофема правильной пирамиды. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей правильной пирамиды. Свойства параллельных сечений пирамиды. Усеченная пирамида, формулы вычисления ее боковой и полной поверхностей. Объем пирамиды и формулы его вычисления. Формула вычисления объема усеченной пирамиды. Тетраэдры. Объем тетраэдра. Возможность выбора основания у тетраэдра. Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней. Правильный тетраэдр. Ортоцентрический тетраэдр. Равногранный тетраэдр (тетраэдр, все грани которого равны). Тетраэдр, все боковые грани которого образуют равные двугранные углы с плоскостью его основания. Формула  $V = \frac{1}{6} a \cdot b \cdot r(a, b) \cdot \sin j$  вычисления объема тетраэдра, где  $a$  и  $b$  — длины двух скрещивающихся ребер тетраэдра,  $j$  — угол между прямыми, содержащими эти ребра,  $r(a, b)$  — расстояние между этими прямыми. Отношение объемов двух тетраэдров, имеющих равные трехгранные углы. Виды, элементы и свойства правильных многогранников. Вычисление площадей поверхностей и объемов правильных многогранников. Решение задач на все виды правильных многогранников.

### **Фигуры вращения**

Поверхность и тело вращения. Цилиндр. Основания, образующие, ось, высота цилиндра. Цилиндрическая поверхность вращения. Сечения цилиндра плоскостью. Изображение цилиндра. Касательная плоскость к цилиндру. Развертка цилиндра. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей цилиндра. Призма, вписанная в цилиндр и описанная около цилиндра. Вычисление объема цилиндра.



Конус вращения. Вершина, основание, образующие, ось, высота, боковая и полная поверхности конуса. Сечения конуса плоскостью. Равносторонний конус. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развертка. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей конуса. Свойства параллельных сечений конуса. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды. Цилиндр, вписанный в конус.

Усеченный конус: основания, образующие, высота, боковая и полная поверхности. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей усеченного конуса. Вычисление объемов конуса и усеченного конуса.

Шар и сфера. Хорда, диаметр, радиус сферы и шара. Изображение сферы. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Пересечение шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару. Теоремы о касательной плоскости.

Шары и сферы, вписанные в цилиндр, конус, многогранник и описанные около них. Шары и сферы, вписанные в двугранный угол и многогранный угол. Шары и сферы, вписанные в правильные многогранники и описанные около них.

Шаровой сегмент, его основание и высота; сегментная поверхность. Шаровой слой, его основания и высота; шаровой пояс. Шаровой сектор и его поверхность. Формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора. Формулы для вычисления объемов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя.

## **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

1. Мерзляк А.Г. Алгебра и начала математического анализа: 10 класс: учебное пособие для учащихся общеобразовательных организаций.

2. Мерзляк А.Г. Алгебра и начала математического анализа: 11 класс: учебное пособие для учащихся общеобразовательных организаций.

3. Потоскуев Е. В., Звавич Л. И. Геометрия. Углубленный уровень. 10 класс. Учебник.

4. Потоскуев Е. В., Звавич Л. И. Геометрия. Углубленный уровень. 11 класс. Учебник.

1. Потоскуев Е. В., Звавич Л. И. Геометрия. Углубленный уровень. 10 класс. Задачник.

2. Потоскуев Е. В., Звавич Л. И. Геометрия. Углубленный уровень. 11 класс. Задачник.

### **Методические пособия для учителя**

1. А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.Б. Полонский, М.С. Якир. Дидактические материалы для 10-11 классов. Потоскуев Е. В., Звавич Л. И. Геометрия. Углубленный уровень. 10 класс. Методическое пособие.

2. Потоскуев Е. В., Звавич Л. И. Геометрия. Углубленный уровень. 11 класс. Методическое пособие.